PREMESSA

I problemi posti dall'entanglement quantistico
sono i più dibattuti e controversi
nelle discussioni epistemologiche sulla meccanica quantistica.

Ognuna/o ha le sue proprie idee, me compreso.

Comunque sia, cercherò di essere il più neutrale possibile
nel presentare il panorama delle risposte ai problemi.

Ma penso che sia onesto dichiarare
che il mio atteggiamento nelle questioni interpretative della fisica
va nel senso di una **netta separazione**
tra il **sistema fisico** investigato e l'**essere consapevole** che lo studia.

LO STATO

Il concetto di
stato di un sistema
gioca un ruolo fondamentale in fisica.

Lo stato di un sistema è
la rappresentazione matematica più esauriente,
ammessa dalla teoria nel cui ambito il sistema è descritto
delle **proprietà evolventi** del sistema.

Come rappresentazione delle proprietà evolventi del sistema,
lo stato dipende dal tempo, in generale.

Il tipo di ente matematico che rappresenta lo stato
dipende
dal tipo di sistema fisico in istudio,
dalla teoria usata per descriverlo.

ENTANGLEMENT QUANTISTICO

L'entanglemet è una caratteristica peculiare della meccanica quantistica.

Perché non c'è niente di simile in meccanica classica?

La ragione sta nella diversa relazione nelle due teorie
tra **lo spazio degli stati di un sistema composto**
e **gli spazi degli stati dei suoi componenti**.

SPAZI DEGLI STATI

MECCANICA CLASSICA

sistema di una particella
$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}$

sistema di due particelle
$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2$

due particelle
e
sistema di due particelle

$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{v}_1 \quad \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{v}_2$

$\Downarrow$

$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2$

any $\quad \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2$

$\Downarrow$

$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{v}_1 \quad \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{v}_2$

MECCANICA QUANTISTICA

sistema di una particella
$\psi(\boldsymbol{x})$

sistema di due particelle
$\psi(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$

due particelle
e
sistema di due particelle

$\psi_1(\boldsymbol{x}_1) \quad \psi_2(\boldsymbol{x}_2)$

$\Downarrow$

$\psi(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) = \psi_1(\boldsymbol{x}_1)\psi_2(\boldsymbol{x}_2)$

any $\quad \psi(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$

$\Downarrow$

? **Why?**

ESEMPIO

sistema di due particelle

$$\psi(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\big(\psi_a(\boldsymbol{x}_1)\,\psi_b(\boldsymbol{x}_2) + \psi_c(\boldsymbol{x}_1)\,\psi_d(\boldsymbol{x}_2)\big) \neq \psi_1(\boldsymbol{x}_1)\,\psi_2(\boldsymbol{x}_2)$$

Le particelle 1 e 2 sono **entangled**.

ESEMPI

È questa una situazione eccezionale
priva di interesse pratico?

Al contrario, è una situazione molto comune.

Una **molecola biatomica** si muove nello spazio.

Allora (sotto opportune condizioni)

$$\psi_t(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) = \Phi_t(\boldsymbol{X})\, \varphi_t(\boldsymbol{x})$$

dove $\boldsymbol{X} = \frac{m_1\boldsymbol{x}_1 + m_2\boldsymbol{x}_2}{m_1 + m_2}, \quad \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1$

Ma

$$\psi_t(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) = \Phi_t\left(\frac{m_1\boldsymbol{x}_1 + m_2\boldsymbol{x}_2}{m_1 + m_2}\right) \varphi_t(\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1)$$

$$\neq [\psi_1]_t(\boldsymbol{x}_1)\, [\psi_2]_t(\boldsymbol{x}_2)$$

Per confronto consideriamo il classico
sistema **Terra–Luna** in moto nello spazio.

È di nuovo conveniente usare le variabili

$$\boldsymbol{X} = \frac{m_{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_{\mathrm{T}} + m_{\mathrm{L}}\boldsymbol{x}_{\mathrm{L}}}{m_{\mathrm{T}} + m_{\mathrm{L}}}, \quad \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_{\mathrm{L}} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{T}}$$

e ottenere gli stati esterno e interno

$$\boldsymbol{X}_t, \boldsymbol{V}_t,\ \ \boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{v}_t,$$

Ma ora la Terra e la Luna
sono in stati perfettamente definiti

$$[\boldsymbol{x}_{\mathrm{T}}]_t, [\boldsymbol{v}_{\mathrm{T}}]_t,\ \ [\boldsymbol{x}_{\mathrm{L}}]_t, [\boldsymbol{v}_{\mathrm{L}}]_t$$

NESSUN PROBLEMA O UN PROBLEMA C'È?

Torniamo alla molecola biatomica.

È un caso di entanglement:
i due atomi non sono in stati definiti.

La circostanza non è sconvolgente, almeno per me.

La molecola è un sistema unico, in cui gli atomi sono a stretto contatto e interagiscono.

Il fatto che gli atomi perdano la loro identità a favore della molecola come un tutto appare quasi naturale.

Ma ci sono due tipi di situazione
in cui l'entanglement è duro da accettare.

ENTANGLEMENT PROBLEMATICI

Nel 1935, dieci anni dopo la nascita della meccanica quantistica,
comparvero due articoli in cui si discutevano criticamente certi aspetti dell'entanglement.

Nel primo, Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen,
discutevano le peculiarità sorprendenti dell'**entanglement** di stati di **particelle lontane**.

La situazione descritta dagli autori è nota **paradosso EPR**.

Nell'altro articolo, di Erwin Schrödinger, è descritta una situazione
in cui gli stati di un sistema **microscopico** e di uno **macroscopico** sono **entangled**.

Il sistema macroscopico era un **gatto** (di Schrödinger)
e i suoi stati entangled erano **morto** e **vivo**,
esaltando con ciò il carattere paradossale della situazione.

COMPLETEZZA ?

Einstein, Podolsky e Rosen non mettevano in discussione
l'accuratezza delle previsioni della meccanica quantistica standard (Copenhagen).

La loro intenzione era mostrare che
la meccanica quantistica nella sua formulazione standard **non può essere completa**
nel senso che lo stato del sistema quantistico
non può essere semplicemente il vettore di stato nello spazio di Hilbert (la funzione d'onda),
ma deve essere qualcosa di più complicato che comprende o sostituisce il vettore di stato
e nel suo complesso **determina** il risultato di tutte le misurazioni.

Presento l'argomento di EPR
nella forma introdotta da David Bohm (EPRB).

EPRB

Il sistema consiste di due partiocelle di spin 1/2 (o due fotoni)
preparato nello stato spin–entangled di singoletto

$$|\Psi\rangle = \psi_{\text{here}}(\boldsymbol{x}_1)\,\psi_{\text{there}}(\boldsymbol{x}_2)|S\!=\!0\rangle_{1,2}, \qquad |S\!=\!0\rangle_{1,2} = \big(1/\sqrt{2}\,\big)\Big(\,|{+}\boldsymbol{n}\rangle_1|{-}\boldsymbol{n}\rangle_2 - |{-}\boldsymbol{n}\rangle_1|{+}\boldsymbol{n}\rangle_2\Big)$$

Le particelle 1 e 2 sono lontane e non interagiscon più.

Lo stato di singoletto dei due spin $|S\!=\!0\rangle_{1,2}$
è sfericamente simmetrico e non dipende dal particolare $\boldsymbol{n}$.

L'argomento di EPR, modificato per questa situazione, è come segue.

Sia misurata la componente dello spin della particella 1 lungo l'asse $\boldsymbol{n}$
e il risultato sia "+".

Ha luogo la riduzione
e lo stato del sistema subisce la trasformazione

$$|\Psi\rangle \;\longrightarrow\; |\Psi'\rangle = \psi_{\text{here}}(\boldsymbol{x}_1)\,\psi_{\text{there}}(\boldsymbol{x}_2)\,|{+}\boldsymbol{n}\rangle_1|{-}\boldsymbol{n}\rangle_2$$

EPR

Lo stato $|\Psi'\rangle$ è tale che,
misurando la componente lungo $\boldsymbol{n}$ dello spin della particella 2,
certamente si ottiene il valore "$-$"

Questo significa che nella particella 2 è presente un **elemento di realtà fisica** che non c'era prima della misurazione sulla particella 1.

Ma un elemento di realtà fisica non può essere **creato a distanza**.

L'argomento costringe ad assumere che lo stato del sistema quantistico contenga un elemento che determina i risultati di entrambe le misurazioni, il primo sulla particella 1 e l'eventuale secondo sulla particella 2.

Allora lo stato del sistema quantistico è o la funzione d'onda più delle **variabili addizionali** o qualche nuovo ente matematico che rappresenti esaurientemente le proprietà del sistema.

Il carattere statistico delle previsioni quantisiche deriva dalla **distribuzione** nell'ensemble del **completamento dello stato** (le variabili addizionali).

BELL

Il problema posto da EPR rimase pendente fino al 1964
quando apparve un importantissimo lavoro di John S. Bell,
in cui è dimostrato
che il completamento della meccanica quantistica standard nel senso di EPR
è impossibile.

Il sistema considerato da Bell
è il sistema di due particelle entangled proposto da Bohm

$$|\Psi\rangle = \psi_{\text{here}}(\boldsymbol{x}_1)\,\psi_{\text{there}}(\boldsymbol{x}_2)\,|S\!=\!0\rangle_{1,2}$$

dove lo stato di spin è il singoletto

$$|S\!=\!0\rangle_{1,2} = \left(1/\sqrt{2}\,\right)\Big(|+\boldsymbol{n}\rangle_1|-\boldsymbol{n}\rangle_2 - |-\boldsymbol{n}\rangle_1|+\boldsymbol{n}\rangle_2\Big).$$

Come già notato lo stato $|S\!=\!0\rangle_{1,2}$
non dipende dal particolare $\boldsymbol{n}$ usato per scriverlo.

BELL

Siano $A(\boldsymbol{a}) = \pm 1$ e $B(\boldsymbol{b}) = \pm 1$ i risultati
di una misurazione sul sistema descritto da $|\Psi\rangle$
delle componenti ($\times 2$) degli spin $\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{b}$.

Per un ensemble di sistemi descritti da $|\Psi\rangle$
la correlazione $Q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ tra $A(\boldsymbol{a})$ and $B(\boldsymbol{b})$,
secondo la meccanica quantistica è data da

$$Q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = {}_{1,2}\langle S{=}0|\, \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{a}\ \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{b}\, |S{=}0\rangle_{1,2}$$
$$= -\,\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = -\cos \widehat{\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}}$$

Secondo l'argomento di EPR
un valore λ dello stato completato
determina i corrispondenti valori
$A(\boldsymbol{a}, \lambda) = \pm 1$ e $B(\boldsymbol{b}, \lambda) = \pm 1$,
e l'ensemble è descritto da una distribuzione $\mu(\lambda)$.

Di nuovo si può considerare la correlazione
il cui valore in questo ambito è dato da

$$P(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \int \mathrm{d}\mu(\lambda)\, A(\boldsymbol{a}, \lambda)\, B(\boldsymbol{b}, \lambda)$$

In conclusione dovrebbero esistere
due funzioni $A(\boldsymbol{a}, \lambda)$, $B(\boldsymbol{b}, \lambda)$ e una distribuzione $\mu(\lambda)$
tali che ,
per ogni coppia di vettori unitari $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$,

$$P(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = Q(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$$

BELL

Bell mostrò che,
considerate tre direzioni arbitrarie $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$,
dalla definizione di $P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$
e dalle proprietà di $A(\boldsymbol{a},\lambda)$, $B(\boldsymbol{b},\lambda)$
necessariamente segue la disuguaglianza

$$P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) \geq -1 + \left|P(\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}) - P(\boldsymbol{b},\boldsymbol{c})\right|$$

**Ma è facile mostrare che
che ci sono scelte di $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$
tali che il valore quantistico $-\cos\widehat{\boldsymbol{ab}}$
viola la disuguaglianza.**

**Il completamento della meccanica quantistica
invocato da Einstein, Podolsky and Rosen
è impossibile.**

La prova della disuguaglianza di Bell cade
se le funzioni che danno i risultati A and B
hanno la forma $A(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\lambda)$, $B(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a},\lambda)$,
che violerebbe la condizione di località.

In altre parole
completamenti non locali non sono esclusi.

Sono state dimostrate disuguaglianze del tipo di Bell
che coinvolgono quattro direzioni
(Clauser, Horn, Shimony, Holt).

ASPECT E ALTRI

L'argomentazione di EPR così come la confutazione di Bell
non mettevano in discussione la correttezza delle previsioni della meccanica quantistica.

Ma può sorgere il sospetto che
almeno nelle situazioni alla EPR e Bell (particelle entangled lontane)
le previsioni quantomeccaniche non siano del tutto corrette.

Allora la possibilità di una teoria deterministica locale si riapre.

La risposta al problema sollevato sopra
può essere ottenuta per mezzo di esperimenti volti a
falsificare/verificare le disuguaglianze alla Bell
e allo stesso tempo verificare/falsificare la meccanica quantistica.

Gli esperimenti più accurati e attendibili sono eseguiti con coppie di fotoni
nello stato di polarizzazione corrispondente allo stato di singoletto di due spin 1/2.

ASPECT E ALTRI

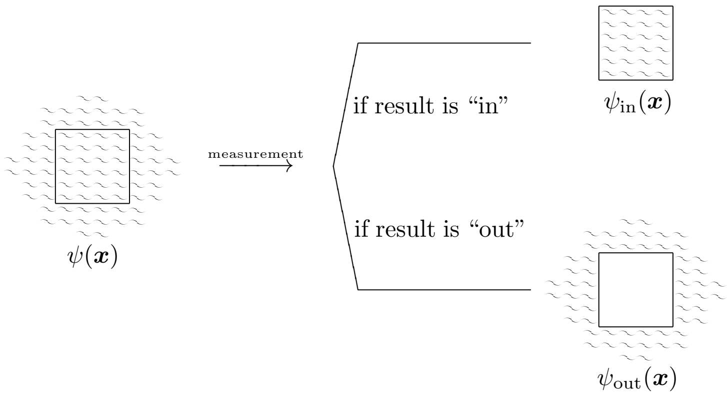
Nei bellissimi accurati esperimenti del gruppo di Orsay
al fine di escludere la possibilità di segnalazioni luminali o subluminali tra due posizioni
l'orientazione dei polarizzatori
era scelta a caso indipendentemente da due dispositivi separati spazialmente.

Penso che attualmente si possa dire che
le previsioni quantomeccaniche sono pienamente confermate
e la possibilità di un completamento locale della teoria è definitivamente esclusa.

MISURAZIONE

Veniamo al secondo caso di entanglement duro da accettare.

La figura descrive ciò che accade,
secondo la meccanica quantistica standard,
quando ha luogo una misurazione.



MISURAZIONE

Due osservazioni in relazione tra loro vengono spontanee.

- La misurazione è descritta come una **situazione speciale** in cui l'evoluzione ordinaria (di Schrödinger) si interrompe.
- L'apparato misuratore è in qualche senso **messo da parte**. Ovviamente deve esserci e mostrare il risultato ma sembra che includerlo nella descrizione sia irrilevante.

Sorge spontanea l'idea di

- includere l'apparecchio nella descrizione quantistica
- trattare il sistema "particella microscopica più apparato" (**S**+**A**) secondo le regole ordinarie,
- riottenere in questo modo le regole speciali concernenti **S** della formulazione standard.

Un percorso teorico di questo tipo, che abbia buon fine, è detto "teoria della misurazione".

MISURAZIONE

È chiaro che sarà molto difficile riuscire nell'impresa.

Ma lasciatemi descrivere brevemente che cosa sono
un apparato misuratore e un processo di misurazione.

Un apparato misuratore è un dispositivo molto complicato.

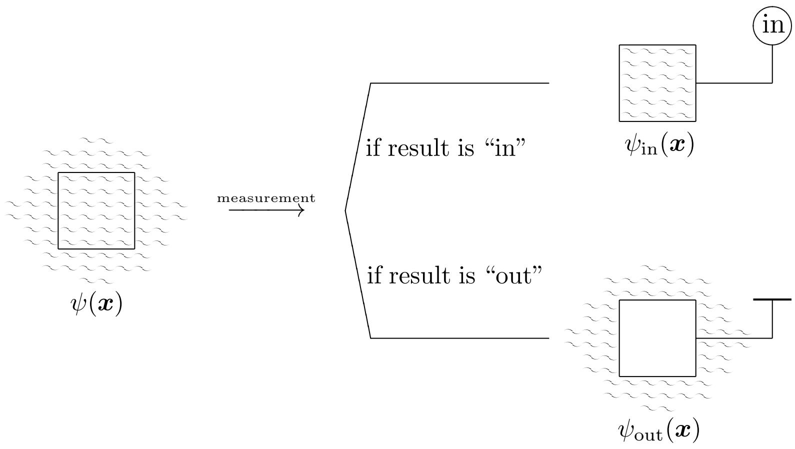
Ha certamente un componente essenziale, l'**indicatore macroscopico**
i cui diversi stati mostrano agli umani i risultati della misurazione.

Passaggi chiave del processo di misurazione sono

- il sistema microscopico misurato interagisce con una parte microscopica dell'apparato,
- la modificazione della parte microscopica scatena un processo di amplificazione,
- la modificazione amplificata produce un cambiamento dello stato dell'indicatore macroscopico.

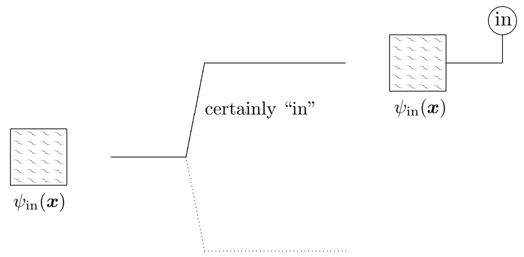
MISURAZIONE

Completiamo la figura precedente:

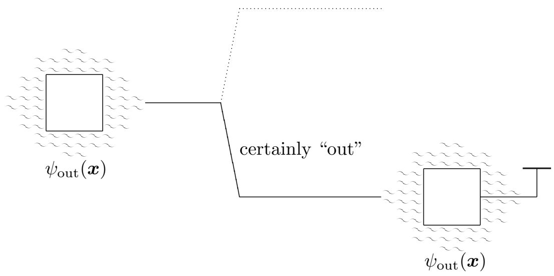


MISURAZIONE

Un caso di certezza



Un altro caso di certezza



Evoluzione di Schrödinger del sistema **S**+**A**

$$\psi_{\rm in}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\rm down}_{\rm sign}(\cdots)\Big]$$

$$\xrightarrow{\text{Schrödinger}} \qquad \psi_{\rm in}(\boldsymbol{x})\Big[D^*(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\rm up}_{\rm sign}(\cdots)\Big]$$

Evoluzione di Schrödinger del sistema **S**+**A**

$$\psi_{\rm out}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\rm down}_{\rm sign}(\cdots)\Big]$$

$$\xrightarrow{\text{Schrödinger}} \qquad \psi_{\rm out}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\rm down}_{\rm sign}(\cdots)\Big]$$

MISURAZIONE

Se lo stato della particella misurata,

invece di $\psi_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x})$ o $\psi_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{x})$, è $\psi(\boldsymbol{x}) = \psi_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x}) + \psi_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{x})$,

l'evoluzione di Schrödinger del sistema **S**+**A**,

per la linearità dell'equazione, produce lo **stato puro**

$$\Big(\overbrace{\psi_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x}) + \psi_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{x})}^{\psi(\boldsymbol{x})}\Big)\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\mathrm{down}}_{\mathrm{sign}}(\cdots)\Big]$$

$$\xrightarrow{\text{Schrödinger}} \quad \psi_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x})\Big[D^{*}(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\mathrm{up}}_{\mathrm{sign}}(\cdots)\Big] \ + \ \psi_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\mathrm{down}}_{\mathrm{sign}}(\cdots)\Big]$$

Questo risultato appare **inconcepibile, insensato**

e **non corrisponde** alla **miscela** predetta dalla formulazione standard

$$\Big(\psi_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x}) + \psi_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{x})\Big)\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\mathrm{down}}_{\mathrm{sign}}(\cdots)\Big]$$

$$\xrightarrow{\text{measurement}} \begin{cases} \psi_{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x})\Big[D^{*}(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\mathrm{up}}_{\mathrm{sign}}(\cdots)\Big] \\[2ex] \psi_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\mathrm{down}}_{\mathrm{sign}}(\cdots)\Big] \end{cases}$$

SCHRÖDINGER

Al fine di enfatizzare il carattere insensato di quel risultato
Schrödinger sostituisce (idealmente)
la paletta e il dispositivo che la muove
con un gatto e un dispositivo che lo uccide

$$\Big(\psi_{\rm in}(\boldsymbol{x}) + \psi_{\rm out}(\boldsymbol{x})\Big)\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi_{\rm cat}^{\rm alive}(\cdots)\Big]$$

$$\xrightarrow{\text{Schrödinger}} \qquad \psi_{\rm in}(\boldsymbol{x})\Big[D^*(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi_{\rm cat}^{\rm dead}(\cdots)\Big] \ + \ \psi_{\rm out}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi_{\rm cat}^{\rm alive}(\cdots)\Big]$$

Quello che risulta è uno stato unico (puro) in cui il gatto è **morto e vivo**.

RISPOSTE

- "Non me ne importa"
- "Se avessi tempo di occuparmene certamente risolverei il problema"
- L'ortodossia di Copenhagen
- La consapevolezza dello sperimentatore
- Un'idea che non funziona
- Ensemble equivalente
- Dai "molti mondi" alle storie decoerenti
- Meccanica bohmiana
- Modificazione stocastica dell'equazione di Schrödinger

COPENHAGEN

Rottura

A questo punto l'interpretazione standard sistema le cose una volta per tutte.

I gradi di libertà che realizzano l'indicatore,
come **up–down** della paletta oppure **dead–alive** del gatto,
a causa del loro carattere macroscopico sono **classici**.

Come tali essi hanno necessariamente valori definiti in qualunque stato ottenibile.

Come conseguenza **necessariamente ha luogo** la riduzione

$$\xrightarrow{\text{Schrödinger}} \quad \psi_{\text{in}}(\boldsymbol{x})\Big[D^*(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi_{\text{cat}}^{\text{dead}}(\cdots)\Big] + \psi_{\text{out}}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi_{\text{cat}}^{\text{alive}}(\cdots)\Big]$$

$$\xrightarrow{\text{reduction}} \quad \begin{cases} \psi_{\text{in}}(\boldsymbol{x})\Big[D^*(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi_{\text{cat}}^{\text{dead}}(\cdots)\Big] & \textbf{result is “in”} \\ \psi_{\text{out}}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi_{\text{cat}}^{\text{alive}}(\cdots)\Big] & \textbf{result is “out”} \end{cases}$$

SPOSTARE LA ROTTURA

La storia non finisce con l'indicatore.

Dopo questo c'è una lunga catena di sistemi
(la luce, la retina, il nervo ottico, ...)
l'ultimo anello essendo la consapevolezza dello sperimentatore.

Poiché la consapevolezza è in qualche modo non materiale,
contrariamente al resto della catena,
si può ragionevolmente attribuire a essa
il potere di ribellarsi all'equazione di Schrödinger
e causare la riduzione.

UN'IDEA CHE NON FUNZIONA

Consider a measurement performed by an apparatus on a quantum system in a definite quantum state.

In the case of an ensemble of such events quantum mechanics predicts a distribution of results, not only one.

In the described situation the state of the quantum system is always the same, but certainly the condition "ready" of the apparatus corresponds to a multiplicity of states of hidden degrees of freedom.

One is tempted to ascribe the different results to the different hidden states.

It is easy to show that the idea does not work.

ENSEMBLE EQUIVALENTI

Consideriamo l'ensemble di sistemi **S**+**A**
previsto dalla formulazione standard

$$\mathcal{E}_{\text{stnd}}: \quad \begin{cases} N\,\|\psi_{\text{in}}\|^2 \text{ sistemi}, & \psi_{\text{in}}(\boldsymbol{x})\Big[D^*(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\text{up}}_{\text{sign}}(\cdots)\Big] \\ N\,\|\psi_{\text{out}}\|^2 \text{ sistemi}, & \psi_{\text{out}}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\text{down}}_{\text{sign}}(\cdots)\Big] \end{cases}$$

e il corrispondente ensemble predetto dall'equazione di Schrödinger

$$\mathcal{E}_{\text{Schr}}: \qquad N \text{ sistemi}, \qquad \psi_{\text{in}}(\boldsymbol{x})\Big[D^*(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\text{up}}_{\text{sign}}(\cdots)\Big] + \psi_{\text{out}}(\boldsymbol{x})\Big[D(\cdots)\ \cdots\cdots\ \psi^{\text{down}}_{\text{sign}}(\cdots)\Big]$$

Qual'è la differenza
per quel che riguarda successivi possibili esperimenti sul sistema **S**+**A**?

Le due situazioni possono essere distinte?

ENSEMBLE EQUIVALENTI

La differenza tra i due casi
è che i due termini nell'ensemble stato puro possono interferire
mentre i due corrispondenti stati nella miscela ovviamente non possono.

La rivelazione dei termini di interferenza nello stato puro
è certamente possibile in linea di principio
ma, si afferma, è impossibile in pratica.

Allora i due termini nello stato puro sono **efficacemente** incoerenti.

Può l'incoerenza efficace essere dimostrata?

DECOERENZA AMBIENTALE

L'apparato, per la sua natura, ha parti macroscopiche.
Come tale non può essere completamente isolato dall'ambiente.

Consideriamo quindi il sistema $\mathsf{S}+\mathsf{A}+\mathsf{E}$.

Lo stato puro di $\mathsf{S}+\mathsf{A}$ è sostituito da

$$|\psi_{\rm in}\rangle_{\mathsf{S}}|{\rm up}\rangle_{\mathsf{A}}|{\rm pa}\uparrow\rangle_{\mathsf{E}} + |\psi_{\rm out}\rangle_{\mathsf{S}}|{\rm down}\rangle_{\mathsf{A}}|{\rm pa}\downarrow\rangle_{\mathsf{E}}$$

L'interferenza tra i due termini
per la misurazione di una proprietà di $\mathsf{S}+\mathsf{A}$ è data da

$$\begin{aligned}
& {}_{\mathsf{S}}\langle\psi_{\rm in}|\,{}_{\mathsf{A}}\langle{\rm up}|\,{}_{\mathsf{E}}\langle{\rm pa}\uparrow|\, P_{\mathsf{S}+\mathsf{A}}\, |\psi_{\rm out}\rangle_{\mathsf{S}}|{\rm down}\rangle_{\mathsf{A}}|{\rm pa}\downarrow\rangle_{\mathsf{E}} \quad + {\rm c.c.} \\
= \; & {}_{\mathsf{S}}\langle\psi_{\rm in}|\,{}_{\mathsf{A}}\langle{\rm up}|\, P_{\mathsf{S}+\mathsf{A}}\, |\psi_{\rm out}\rangle_{\mathsf{S}}|{\rm down}\rangle_{\mathsf{A}}\; {}_{\mathsf{E}}\langle{\rm pa}\uparrow|{\rm pa}\downarrow\rangle_{\mathsf{E}} \quad + {\rm c.c.} \\
= \; & 0 \\
\text{poiché} \quad & {}_{\mathsf{E}}\langle{\rm pa}\uparrow|{\rm pa}\downarrow\rangle_{\mathsf{E}} = 0
\end{aligned}$$

INTERPRETAZIONE D'ENSEMBLE

Lo stato di **S**+**A**+**E** dopo la misurazione eseguita da **A** su **S**
è lo stato puro predetto dall'equazione di Schrödinger.

Non ha luogo la riduzione.

Ma l'ensemble di N sistemi **S**+**A**+**E** nello stato puro
è equivalente alla miscela "For All Practical Purposes".

Le proposizioni della formulazione standard
concernenti la misurazione
sono state derivate
dall'equazione di Schrödinger.

QED FAPP

MOTIVI DI PERPLESSITÀ

Rinuncia a descrivere un singolo sistema, anche a livello dei principi

Carattere FAPP

Problemi di consistenza