

TFA A049

Seconda prova scritta

26 settembre 2012

1 Matematica

- **Problema 1**

Descrivere i requisiti fondamentali di un SISTEMA POSIZIONALE DI NUMERAZIONE e discuterne i vantaggi rispetto ad altri sistemi di numerazione elaborati nella storia.

Dimostrare quindi che ogni sviluppo decimale periodico rappresenta un numero razionale e calcolarlo esplicitamente per $N = 0, \overline{12}$.

- **Problema 2**

Discutere brevemente il concetto di SIMILITUDINE, ripercorrendone per sommi capi la genesi storica ed elencandone i criteri nel caso dei triangoli.

Dare quindi una dimostrazione del TEOREMA DELLE CORDE: *Se due corde di un circonferenza si tagliano, il prodotto delle due parti dell'una è uguale al prodotto delle due parti dell'altra.*

- **Problema 3**

Introdurre il concetto di *probabilità condizionata* e ricavare la FORMULA DELLA PROBABILITÀ TOTALE:

$$P(E) = \sum_i P(E|C_i)P(C_i)$$

dove E è un evento qualunque e $\{C_i\}$ un sistema completo di eventi. Si illustri quindi il significato di quest'ultima mettendone in evidenza l'analogia con la formula che dà il baricentro di un sistema di masse.

La si utilizzi infine per risolvere il seguente esercizio: un'urna contiene n palline, m rosse e $n - m$ bianche. Le palline vengono estratte in successione, senza essere rimpiazzate. Calcolare la probabilità che la seconda estrazione mostri una pallina rossa.

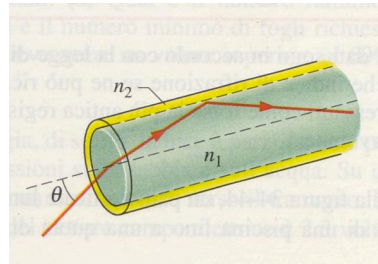
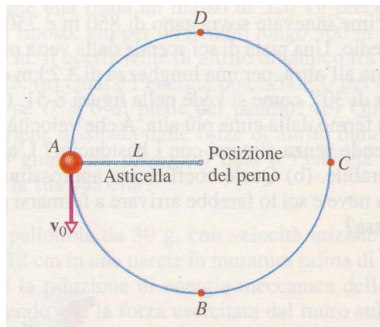
2 Fisica

• Problema 1

Dopo aver tracciato a grandi linee la genesi storica del concetto di lavoro nella scienza classica, discutere e dimostrare il TEOREMA DELLE FORZE VIVE: *l'energia cinetica di un corpo di massa m è uguale al lavoro necessario a portarlo da una velocità iniziale nulla a una velocità finale v .*

Risolvere poi il seguente esercizio mediante il suddetto teorema.

Un palla di massa m è fissata a un'estremità di un'asticella rigida, di massa trascurabile e lunghezza L , che può ruotare in un piano verticale attorno a un perno, come mostrato nella prima figura. Posto in quiete nel punto A , il sistema è spinto verso il basso con velocità verticale v_0 in modo che la palla arrivi a fermarsi esattamente in D . (a) Ricavare un'espressione per v_0 in funzione di L , m e g . (b) Qual'è la tensione nell'asticella quando la palla si trova in B ? (c) Nel perno va ad infilarsi un granello di sabbia, per cui la palla, lanciata da A con la stessa velocità iniziale, riesce appena ad arrivare in C . Quanta energia meccanica è dissipata per attrito in questa corsa?



• Problema 2

Dopo aver introdotto il PRINCIPIO DI FERMAT per la propagazione della luce, lo si utilizzi per dimostrare la LEGGE DI SNELL per la rifrazione tra due mezzi omogenei con indici di rifrazione n_1 e n_2 : *gli angoli θ_1 e θ_2 formati dai raggi luminosi con la superficie di separazione tra i due mezzi sono tali che $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.*

Si applichi tale legge per risolvere il seguente esercizio.

Una fibra ottica è costituita da un'anima di vetro (con indice di rifrazione n_1) coperta da una guaina di rivestimento (con indice di rifrazione $n_2 < n_1$). Supponiamo che un raggio di luce penetri nella fibra formando un angolo θ con l'asse, come mostrato nella seconda figura. Si determini il massimo valore dell'angolo θ che consente al raggio luminoso di propagarsi lungo la fibra.

- **Problema 3**

Descrivere attraverso quali passaggi si è sviluppata storicamente la consapevolezza del legame tra elettricità e magnetismo.

Calcolare quindi la forza che si esercita tra due fili di alluminio paralleli, lunghi $l = 30$ cm, di sezione pari a $S = 25$ mm² e distanti $d = 1$ cm, sapendo che ai loro capi è applicata una tensione $V = 1$ mV. Si usi il fatto che la resistività dell'alluminio è pari a $\rho = 2.75 \times 10^{-8}$ Ω m e che la permeabilità magnetica del vuoto è pari $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A².

Descrivere infine un possibile esperimento didattico in grado di misurare tale forza nel caso sopra descritto.