



PROVA SCRITTA N. 2

14 Settembre 2012

Quesito 1.

- (a) Calcolare il limite della successione $n \mapsto a_n = 1, \underbrace{1 \cdots 1}_{n \text{ volte}}$.
- (b) Dimostrare che l'equazione $\varepsilon x = \frac{1}{1 + |x|}$ ammette un'unica soluzione x_ε per ogni $\varepsilon > 0$; verificato che $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} x_\varepsilon = +\infty$, calcolare l'ordine di infinito di x_ε rispetto all'infinito campione $1/\varepsilon$ quando $\varepsilon \rightarrow 0^+$.
- (c) Determinare le soluzioni complesse dell'equazione $z^2 + \bar{z}^2 = |z|^2$.

Quesito 2. Si consideri il seguente sistema lineare dipendente dai parametri reali a e b :

$$\begin{cases} x + z = 0 \\ ay + z = 2 \\ ax + y + bz = b \end{cases}$$

- (a) Si determini l'insieme S delle coppie ordinate (a, b) per le quali il sistema **non** ha soluzioni.
- (b) Si faccia uno schizzo nel piano cartesiano (Oab) dell'insieme S e si determini se S ha un centro di simmetria.
- (c) Si enunci e si dimostri il teorema di Rouché–Capelli.

Quesito 3. In un circuito elettrico è presente una corrente di velocità costante e di intensità pari a 1 Ampère. Il Candidato:

- (a) dica se il campo elettrico associato alla corrente sia conservativo o meno e ne spieghi il perché;
- (b) ricavi la formula che descrive il campo di induzione magnetica generato da un eventuale tratto rettilineo del circuito di lunghezza così grande da potersi considerare infinita;
- (c) rappresenti schematicamente le linee del campo magnetico e della forza magnetica nella situazione descritta in (b).

Quesito 4. Una massa m si muove lungo un asse verticale rimanendo vincolata a un punto fisso mediante una molla di costante elastica k . Si indichi con $x(t)$ lo spostamento in funzione del tempo.

- (a) Si scriva l'equazione differenziale che descrive il moto.
- (b) Si dimostri che la funzione $x(t) = \sin \omega t$ è una soluzione dell'equazione, ricavando il valore di ω .
- (c) Si discuta sotto quali condizioni su α la funzione $x(t) = e^{-\alpha t}$ sia o no soluzione dell'equazione.

Criteri di Valutazione: conoscenze disciplinari – capacità di analisi, interpretazione e argomentazione – corretto uso della lingua italiana. La Commissione ricorda che il Candidato per ottenere l'ammissione alle prove orali deve conseguire il punteggio minimo 21/30 (sufficiente).